1 Pré-requis : Carré et Racine Carré

1.1 Mettre au carré

Définition 1. *Soit **a** un nombre, mettre **a au carré** signifie que l'on multiplie **a** par lui-même.*

$$\text{On note} \quad a^2 \qquad \text{et on a :} \qquad a^2 = a \times a.$$

Exemple(s) 1.

$$3^2 = 3 \times 3 = 9 \quad ; \quad 5^2 = 5 \times 5 = 25 \quad ; \quad 100^2 = 100 \times 100 = 10\ 000$$

1.2 Prendre la Racine Carré

La **racine carré** consiste à chercher quel nombre prendre au départ pour que le carré soit le nombre d'arrivée.

Définition 2. *Soit **b** un nombre positif, **la racine carré** de **b** est le nombre positif **a** tel que :* $a^2 = b$.

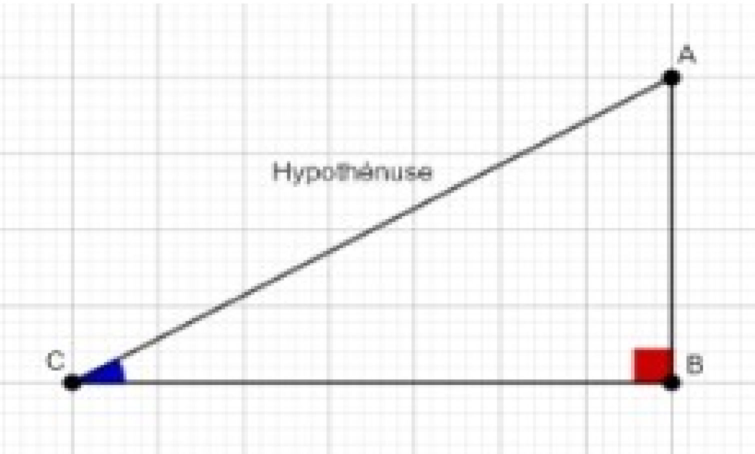
$$\text{On note } \sqrt{b} = a$$

Exemple(s) 2.

$$\sqrt{25} = 5 \ \text{car } 5^2 = 25 \quad ; \quad \sqrt{100} = 10 \ \text{car } 10 \times 10 = 100 \quad ; \quad \sqrt{16} = 4 \ \text{car } 4^2 = 16$$

2 Le Théorème

Prenons le triangle ABC suivant, rectangle en B :



Vocabulaire 1.

*Dans un triangle **rectangle**, le côté opposé à l'angle droit s'appelle **l'hypoténuse**.*

*Ici $[AC]$ est **l'hypoténuse**.*

Remarque 1. *Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le plus grand côté.*

Théorème 1. *Dans un triangle **rectangle**, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.*

*On a **l'égalité de Pythagore** :*

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

2.1 Calculer une longueur

Situation 1 : $AC = ?$

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

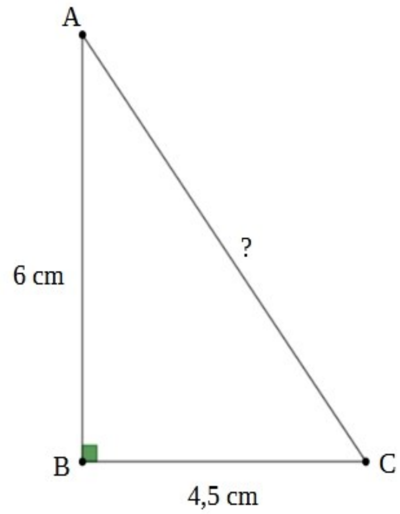
On remplace : $6^2 + 4.5^2 = AC^2$

Ce qui donne : $AC^2 = 36 + 20.25$

Donc $AC^2 = 56.25$

(Calculette : "2nde" "x^2" pour avoir : "$\sqrt{\ }$")

Donc $AC = 7.5\ cm$



Situation 2 : $AB = ?$

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

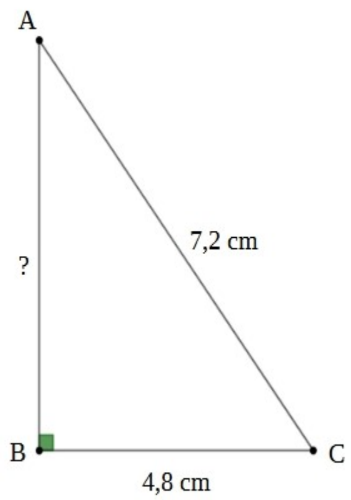
Donc $AB^2 = AC^2 - BC^2$

On remplace : $AB^2 = 7.2^2 - 4.8^2$

Ce qui donne : $AB^2 = 51.84 - 23.04$

Donc $AB^2 = 28.8$

Donc $AB \approx 5.4\ cm$ (arrondi au dixième)



3 Triangle Rectangle ou Non

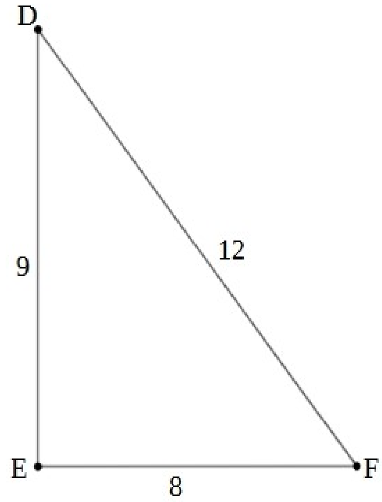
3.1 Contraposée du Théorème de Pythagore

Théorème 2.
Dans un triangle, si le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres alors le triangle n'est pas rectangle.

Exemple(s) 3.

Le triangle DEF est-il rectangle ?

Dans le triangle DEF, le plus grand côté est $[DF]$.



On a : $DF^2 = 12^2 = 144$

Et :

$$\begin{aligned} DE^2 + EF^2 &= 9^2 + 8^2 \\ &= 81 + 64 \\ &= 145 \end{aligned}$$

Donc $DE^2 + EF^2 \neq DF^2$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on peut affirmer que le triangle n'est pas rectangle.

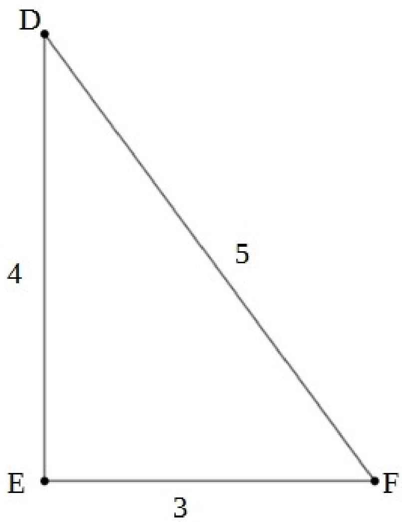
3.2 Réciproque du théorème de Pythagore

Théorème 3.
Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres alors le triangle est rectangle.

Exemple(s) 4.

Le triangle DEF est-il rectangle ?

Dans le triangle DEF, le plus grand côté est $[DF]$.



On a : $DF^2 = 5^2 = 25$

Et :

$$\begin{aligned} DE^2 + EF^2 &= 4^2 + 3^2 \\ &= 16 + 9 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Donc $DE^2 + EF^2 = DF^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut affirmer que le triangle est rectangle en E.